- HOPPE, R. (1967). *The Alkali Metals*. Spec. Publ. No. 22, p. 452. London: The Chemical Society.
- HOPPE, R. (1970). Angew. Chem. 82, 7 und HOPPE, R. (Madelung Constants as a New Guide to the Structural Chemistry of Solids) in STACY, M., TATLOW, J. C. & SHARPE, A. G.: Advances in Fluorine Chemistry, Vol. VII. London: Butterworths. Im Druck.
- HOPPE, R. & RÖHRBORN, H.-J. (1964). Z. anorg. allg. Chem. 329, 110.
- International Tables for X-ray Crystallography (1962). Vol. III. Birmingham: Kynoch Press.
- KROGH-MOE, J. (1962). Acta Cryst. 15, 190.
- KROGH-MOE, J. (1968). Acta Cryst. B24, 179.
- KUBCIK, V., FISCHER, R. & STEWNER, F. (1968). Unveröffentlicht.
- LEHMANN, H. A. & WÖCKEL, H. (1960). Z. anorg. allg. Chem. 304, 121.
- MAREZIO, M. & REMEIKA, J. P. (1966). J. Chem. Phys. 44, 3348.

- PREWITT, C. T. & SHANNON, R. D. (1968). Acta Cryst. B24, 864.
- ROCH, G. & SCHNERING, H. G. VON (1963). Programm *MAPLE* zur Berechnung des Madelunganteils der Gitterenergie. Unveröffentlicht.
- ROLLET, A. P. & BOUAZIZ, R. (1955). Cr. Acad. Sci., Paris 240, 2417.
- SAGEL, K. (1958). Tabellen zur Röntgenstrukturanalyse. Berlin: Springer.
- STEWNER, F. & HOPPE, R. (1968). Naturwissenschaften, 55, 297.
- STEWNER, F. & HOPPE, R. (1970a). Z. anorg. allg. Chem. 374, 239.
- STEWNER, F. & HOPPE, R. (1970b). Z. anorg. allg. Chem. 376, 222.
- STEWNER, F. & HOPPE, R. (1971). Acta Cryst. B27, 616.
- ZACHARIASEN, W. H. (1964). Acta Cryst. 17, 749.
- ZINTL, E. & MORAWIETZ, W. (1938). Z. anorg. allg. Chem. 236, 372.

Acta Cryst. (1971). B27, 910

# Ein Verfahren zur Bestimmung der Translationsperiode von Kristallen in deren Schwenkrichtung

## VON S. KULPE, J. P. WENZEL UND K. DORNBERGER-SCHIFF

Zentralinstitut für Physikalische Chemie der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Berlin-Adlershof, Deutsche Demokratische Republik

## (Eingegangen am 15. Dezember 1969)

A method is described for determining the translational period of a crystal in the direction of its oscillation axis with a higher degree of accuracy than obtainable with a cylindrical film mounted in the conventional way in oscillation or Weissenberg cameras. In the method described, the broadening of the higher layer line reflexions caused in the conventional oscillation photographs with cylindrical camera by the skew incidence of the reflected beams on to the film is avoided. In contrast to the usual methods, a narrow film strip is mounted cylindrically around the crystal with its axis perpendicular to the oscillation (rotation) axis of the crystal. The film strip is made to oscillate around an axis coincident with this oscillation (rotation) axis. Reflected beams corresponding to all reciprocal lattice planes intersecting the Ewald sphere hit the film perpendicularly so that no broadening of the reflexions of higher layer lines occurs. Reflexions corresponding to the same reciprocal plane plot a relatively sharp line on the film. The corresponding  $\nu$ -values are then determined directly by measuring their distances from the zero layer line. According to our calculations and experiments this method permits the translational period to be determined with a relative accuracy of about  $3 \times 10^{-4}$ .

### Einleitung

Das im folgenden beschriebene Verfahren erlaubt es, diejenige Translationsperiode eines Kristalls, die in Richtung der Schwenkachse des Kristalls senkrecht zum Primärstrahl justiert ist, mit höherer Genauigkeit zu messen, als das mit den üblichen Filmanordnungen z.B. bei Schwenk- und Weissenbergkameras mit stationärem Film möglich ist.

Bei den letzteren fällt die Achse des zylindrischen Filmes ZF, Fig. 1, mit der Schwenkachse des Kristalls DK zusammen. Reflexe der nullten und der höheren reziproken Ebenen, die senkrecht zu dieser Translationsrichtung und damit senkrecht zur Filmzylinderachse stehen, liegen auf dem in die Ebene abgewickelten Film auf parallelen Geraden. Aus den Abständen  $a_n$  dieser Schichtlinien vom Äquator lässt sich über die Beziehungen  $v = tg^{-1}a_n/r$  (r = Radius des Filmzylinders) und  $t(u,v,w) = n\lambda/$  sin  $v_n$  die gesuchte Translationsperiode t(u,v,w) berechnen. Dabei bedeute [u,v,w] die Richtung der Schwenkachse (Rotationsachse) und 90°-v den halben Öffnungswinkel des Kegels, auf dessen Mantel die reflektierten Strahlen der *n*-ten Schichtlinie liegen. Je höher der Index *n* ist, desto schräger fallen die reflektierten Strahlen auf den Film, desto mehr sind dementsprechend die Reflexe verbreitert und desto geringer ist die Genauigkeit, mit der sie sich vermessen lassen. Ausserdem werden bei derartigen Filmanordnungen in vielen Fällen die Reflexe, die zu den höchsten, die Ewaldsche Ausbreitungskugel noch schneidenden Ebenen des reziproken Gitters (reziproke Ebenen) gehören, nicht auf dem Film



Fig. 1. Skizze zur Darstellung der Auftreffpunkte der abgebeugten Röntgenstrahlen auf einen kugelförmig den Kristall umgebenden Film. PS, Primärstrahl; K, Kristall; GK, Goniometerkopf; EK, Ewaldkugel; FK, Filmkugel; ZF, zylindrischer Film; DK, Drehachse des Kristalls; DF, Drehachse des Films; v<sub>n</sub>, Schichtlinienwinkel der nten Schicht; P<sub>n</sub>, Auftreffpunkt eines Reflexes der nten Schicht auf den zylindrischen Film; KN, Äquator (den Primärstrahl enthaltend).



Fig. 2. Prinzipskizze der Filmanordnung in Perspektive. PS, Primärstrahl; O, Durchstosspunkt des Primärstrahls durch die Ewaldkugel EK; N, Nullspur des Films; M, Polort des Films; FR, Filmring; DK, Drehachse des Kristalls; DF, Drehachse des Films; S<sub>0</sub>, Reflex der nten Schicht, der die Mittellinie des Films im Punkte P<sub>0</sub> trifft; S<sub>1</sub>, Reflex der nten Schicht der den Film am Rande des belichteten Gebietes in P<sub>1</sub> trifft; v, Schichtlinienwinkel der nten Schicht.

registriert, da ihre  $v_n$ -Winkel so gross sind, dass die ihnen entsprechenden abgebeugten Strahlen den Film nicht mehr treffen können (in Fig. 1 die Ebene mit  $v_3$ ). Es kommt für die Genauigkeit der genannten Translationsperiodenbestimmung aber gerade auf die möglichst genaue Bestimmung der  $v_n$ -Winkel möglichst *hoher* reziproker Ebenen an. Beide Nachteile machen die zylindrische Filmanordnung mit der Zylinderachse parallel zur Schwenkachse (Rotationsachse) des Kristalls ungeeignet zur genauen Bestimmung der Translationsperiode in Richtung dieser Achse.

Eine genauere direkte Bestimmung dieser Translationsperiode aus den  $v_n$ -Winkeln kann jedoch von Nutzen sein zur schnellen und vollständigen Ermittlung der Gitterparameter eines Kristalls.

#### Prinzip des Verfahrens

Aus der Beziehung für die Translationsperiode t(u, v, w)

$$t(u, v, w) = n \ \lambda/\sin v_n \tag{1}$$

ergibt sich für den relativen Fehler von t(u, v, w)

$$\left|\frac{\Delta t}{t}\right| = \operatorname{ctg} v \, \Delta v \,. \tag{2}$$

Danach wird der relative Fehler von t um so kleiner, je näher v bei 90° liegt und je kleiner der Fehler  $\Delta v$  bei der Bestimmung von v ist.

Daraus ergeben sich folgende Forderungen für eine möglichst genaue Bestimmung von t(u, v, w):

1.  $\Delta v$  sollte möglichst klein sein und mit v schwächer wachsen als tg v.

2. Es kommt darauf an, die Reflexe mit den grössten v-Werten zu registrieren, da ihre Vermessung bei Erfüllung der 1. Forderung die höchste Genauigkeit ergibt.

Beide Forderungen lassen sich erfüllen, wenn um den Kristall ein Film kugelförmig so gelegt wird, dass der Kristall im Mittelpunkt der Filmkugel liegt. Ein so angeordneter Film zeichnet sich dadurch aus, dass alle bei der verwendeten Röntgenwellenlänge überhaupt entstehenden höheren Reflexkegel registriert werden, und dass alle reflektierten Strahlen, unabhängig davon, zu welcher reziproken Ebene sie gehören, den Film senkrecht treffen. Sie erleiden also keine durch ungünstige Filmanordnung verursachte Verbreiterung, und der durch eine solche Verbreiterung verursachte Fehler bei der Vermessung von v wird vermieden. Auf solch einem Film FK (Fig. 1), würden sich bei Drehung des exakt justierten Kristalls die den einzelnen reziproken Ebenen entsprechenden Reflexe auf parallelen Kreisen anordnen. Die Abstände NP1, NP2 und NP3 dieser Kreise von der Äquatorlinie der Filmkugel, entlang der Kugelfläche gemessen, wären ein direktes Mass für die entsprechenden  $v_n$ .

Da sich praktisch eine solche Filmanordnung schwer verwirklichen lässt, wird im folgenden eine leicht realisierbare Approximation an diese Anordnung beschrieben.

# Verwirklichung des Verfahrens; 'Filmring-Kamera'

Aus Fig. 2 ist zu ersehen, wie dieses Prinzip des kugelförmigen Films näherungsweise verwirklicht werden kann. Um den Kristall K als Mittelpunkt wird in der in Fig. 2 dargestellten Weise ein Filmstreifen FR(Filmring) gelegt. Der Primärstrahl PS trifft den Kristall senkrecht zu seiner Drehachse DK. Bei Verwendung eines Parallelstrahlbündels als Primärstrahl wird der Kristall während der Aufnahme um die Achse DK gedreht. Gleichzeitig muss der Filmstreifen um eine Achse DF um den Kristall gedreht werden, die mit DK räumlich zusammenfällt. Eine Drehung dieses Filmstreifens ist notwendig, damit ausreichend viele Reflexe jeder reziproken Ebene auf dem Filmstreifen registriert werden können.

Bei dem in Fig. 3 dargestellten Funktionsmuster wird der Filmring (2) mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit gedreht wie der Kristall. Nach jedem Schwenkzyklus wird der Filmring zusätzlich um die halbe Breite des ausgeblendeten Teiles des Filmstreifens in Bezug auf den Kristall versetzt. Auf diese Weise wird nach einer bestimmten Zahl von Schwenkzyklen erreicht, dass der grösste Teil der bei dem verwendeten Schwenkbereich des Kristalls entstehenden Reflexe mindestens einmal den Film trifft. Die Reflexe, die zu einer Schicht gehören, erzeugen dabei auf dem Filmstreifen eine Linie, da die den Einzelreflexen entsprechenden abgebeugten Strahlen den Filmstreifen an verschiedenen Stellen treffen und sich so zu einer Schwärzungslinie auf dem Film addieren. In Fig. 4 ist eine solche Röntgenaufnahme schematisch im Massstab 1:1 wiedergegeben, wie sie von einem LiB(OH)4-Kristall mit der Versuchs-Apparatur nach Fig. 3 erhalten wurde. Zur einfachen Berücksichtigung der durch eine mögliche Dejustierung des Kristalls entstehenden Fehler in Lage und Form dieser Linien ist eine volle Drehung des Kristalls um 360° empfehlenswert, was mit der Apparatur nach Fig. 3 ebenfalls möglich ist. Der Filmring ist wegen des Anschlages an die Primärstrahlblende nicht um volle 360° drehbar.

Die Schärfe der Reflexlinien hängt im wesentlichen von folgenden Faktoren ab: von der Grösse der einzelnen Reflexe, von der Genauigkeit der Justierung des Kristalls sowie von der Genauigkeit des gesamten mechanischen Aufbaues der Kamera.

Der Abstand  $NP_n$ , Fig. 1, der Linie der *n*ten Ebene auf dem Filmstreifen vom Äquator des Films in mm ist ein direktes Mass für den Winkel  $v_n$  dieser Ebene. Es ist

$$v_n = \frac{360}{2\pi R} N P_n \,. \tag{3}$$

Wählt man z.B. für den Radius des Filmringes  $R = 360/2\pi$ , so gilt

$$v_n[^\circ] = NP_n[\text{mm}].$$

## Fehlerquellen

Die wesentlichen Fehlerquellen sollen anhand von Skizzen veranschaulicht und abgeschätzt werden.

1. Der schmale Filmstreifen FR wird in der in Fig. 2 dargestellten Weise zylindrisch um den Kristall gelegt. Nur eine Linie  $MP_0N$  des Filmstreifens FR, von der







Fig. 3. Erprobungsmuster der Filmringkamera. 1, Goniometerkopf mit Kristall; 2, Filmringkassette; 3, Getriebe; 4, Antriebsmotor zur Erzeugung der Filmdrehung; 5, Halterung.

wir annehmen wollen, es sei die Mittellinie, beschreibt bei Drehung des Filmstreifens um die Achse DF eine Kugel vom Radius R mit dem Kristall als Mittelpunkt. Alle übrigen Punkte des Films haben von dieser Kugelfläche einen von Null verschiedenen Abstand. Das hat zur Folge, dass nur diejenigen Reflexe einer Reflexlinie, die den Film exakt auf dieser Mittellinie treffen, einen dem Winkel  $\nu$  genau entsprechenden Abstand von der Äquatorlinie haben. Reflexe, die den Film ausserhalb der Mittellinie treffen, haben einen etwas grösseren Abstand von der Äquatorlinie. So z.B. trifft ein Reflex  $S_0$  der *n*ten Schicht, Fig. 2, den Punkt  $P_0$  der Mittellinie. Ein Reflex  $S_1$  derselben reziproken Ebene der den Film ausserhalb der Mittellinie in  $P_1$ und dessen reziproker Punkt die Ewaldkugel *EK* im Punkt  $P_1$  trifft, liegt etwas über dem Reflex  $P_0$ . Der geometrische Ort der Mittelpunkte der Reflexe einer reziproken Ebene auf dem Filmstreifen ist danach eine gebogene Linie, die durch die Punkte  $P_0$  und  $P_1$ verläuft. Ihre grösste Abweichung von der *n*. Schicht,



Fig. 5. Darstellung der Wirkung mechanischer Fehler im Aufbau der Filmringkamera auf die Reflexlinien. (a) Reine Verkippung der Drehachse des Kristalls DK und der Drehachse des Films DF um den Winkel  $\psi$ . Die Reflexlinien verbreitern sich, zum Beispiel um den Betrag  $\Delta_1$  für eine herausgegriffene Schicht. (b) Reine Parallelversetzung der Achsen DK und DF in Richtung des Primärstrahles PS um den Betrag  $\Delta_1$ . Die Reflexlinien verbreitern sich zum Beispiel um den Betrag  $\Delta_2$  für eine herausgegriffene Schicht. (c) Reine Versetzung der Krümmungsmittelpunkte K der Ewaldkugel und L des Filmringes parallel zu den räumlich zusammenfallenden Drehachsen DK und DF um den Betrag  $\Delta r_2$ . Die Reflexlinien bleiben scharf, die Lage der Reflexlinien auf dem Film wird beeinflusst. Beschreibungen und Bezeichnungen zu Fig. 5(a) bis (c) im Text. Bezeichnungen z. T. wie in Fig. 2.

Fig. 2, am Rande des Films berechnet sich für das vorliegende Gerät (Radius  $R=180/\pi$ , effektive Filmbreite 3 mm) für einen Winkel von  $\nu=70^{\circ}$  zu 0,05 mm.

Die Vermessung der Abstände der zu den einzelnen Schichten gehörenden Reflexlinien ist auf der Mittellinie des Filmstreifens vorzunehmen.

- 2. Wesentliche Bedingungen für eine möglichst hohe Genauigkeit des Verfahrens sind, dass:
- 2.1. der Filmradius definiert ist;
- 2.2. die Schwenkachse des Kristalls und die Schwenkachse des Filmringes zusammenfallen und beide senkrecht zum Primärstrahl stehen;
- 2.3. der Kristallmittelpunkt auf der Achse des Filmringes liegt und beide vom Primärstrahl getroffen werden.

# Zu 2.1

Der Radius der kreisförmigen Filmkassette, Fig. 3·2, lässt sich mit der üblichen mechanischen Genauigkeit (etwa 0,01 mm) für derartige Kassetten herstellen. Die Forderung des möglichst gleichmässigen Anpressens des Films an die Kassettenwand ist für einen Filmstreifen (Gesamtbreite 9 mm, Länge 220 mm) viel leichter zu erfüllen, als für relativ breite Filme, wie man sie für Weissenberg- oder Schwenkaufnahmen benutzt. Der 9 mm breite Filmstreifen ist in die Filmkassette, Fig. 3·2, so eingelegt, dass er von aussen auf eine zylindrische Unterlage gepresst wird (Filmring). In diese Unterlage ist zum Kristall hin ein Spalt von 3 mm Breite eingearbeitet, in dem der Film belichtet werden kann.

# $Zu 2 \cdot 2$

Wesentlich für die Genauigkeit des Verfahrens ist insbesondere das räumliche Zusammenfallen der Schwenkachse des Kristalls mit der Schwenkachse des Films. Zwei Grenzfälle des Nichtzusammenfallens dieser Achsen sind eine Verkippung und eine Parallelversetzung.

2.2.1. Ist die Kristallachse *DK* gegen die Filmachse *DF* um den Winkel  $\psi$  verkippt, Fig. 5(*a*), so bilden die Reflexe den Reflexkegel *AKB*. Dieser schneidet die Kugel, die der Filmring beschreibt [in Fig. 5(*a*) mit der Ewald-Kugel zusammenfallend], in einem Kreis durch *A* und *B*. Bei einer Drehung des Films um die Achse *DF* ergibt sich demnach, dass die Reflexe des Kegels *AKB* den Film in dem Gebiet  $A'B=B'A=\Delta_1$  treffen, wobei

$$\Delta_1 = R2\psi \tag{4}$$

und  $\psi$  in Bogenmass zu messen ist. Die Intensitäten der zum Reflexkegel *AKB* gehörenden Reflexe werden im allgemeinen eine systematische  $\theta$ -Abhängigkeit besitzen, das heisst die Reflexintensitäten in der Nähe von *B* werden systematisch höher sein als in der Nähe von *A*. Demnach werden die Reflexlinien verbreitert und verschoben sein. Diese Verschiebung des Schwerpunktes der Schwärzung dürfte (je nach  $\theta$ -Abhängigkeit der Reflexintensitäten)  $\Delta_1/4$  kaum übersteigen. Durch geeigneten mechanischen Aufbau lässt sich die Verkippung  $\psi$  kleiner als 0,01° halten. Aus  $\psi = 0,01°$ ergibt sich für R = 57,3 mm

$$\Delta_1/4 = 0,005 \text{ mm}$$
. (5)

Diese Asymmetrie nimmt für wachsende v ab, da für reziproke Ebenen, die die Ewaldkugel gerade noch schneiden, die Reflexe sich in ihren  $\theta$ -Werten nur wenig unterscheiden, und somit nur eine geringe  $\theta$ -Abhängigkeit der Reflexintensitäten innerhalb eines solchen Reflexkegels zu erwarten ist.

2.2.2. Ist die Kristallachse *DK* gegen die Filmachse *DF* um den Betrag  $\Delta r_1$  parallel versetzt, Fig. 5(*b*), so schneidet der Reflexkegel *AKB* die Kugel *FR*, die der Filmring beschreibt, in *A'* und *B'*. Bei einer Drehung des Films um die Achse *DF* ergibt sich danach, dass die Reflexe des Kegels *AKB* den Film in dem Gebiet  $A'B'' = A''B' = \Delta_2$  treffen, wobei

$$\Delta_2 = R2 \arcsin\left[\frac{\Delta r_1 \sin \nu}{R}\right] \tag{6}$$

ist. Wie im Falle 2.2.1 beschrieben, führt auch hier die systematische  $\theta$ -Abhängigkeit der Reflexintensitäten zu einer Verbreiterung und Verschiebung der Reflexlinien. Diese Verschiebung des Schwerpunktes der Schwärzung dürfte je nach  $\theta$ -Abhängigkeit der Reflexintensitäten  $\Delta_2/4$  kaum überschreiten. Durch geeigneten mechanischen Aufbau lässt sich  $\Delta r_1$  kleiner als 0,01 mm halten. Für  $\Delta r_1 = 0,01$  mm, R = 57,3 mm und sin  $\nu = 1$  ergibt sich

$$\Delta_2/4 = 0,005 \text{ mm}$$
. (7)

2.2.3. Als zweiter Grenzfall sei der Fall behandelt, dass die Achsen DK und DF räumlich zusammenfallen, nicht aber die Mittelpunkte K der Ewald-Kugel und L des Filmringes, Fig. 5(c).

Der positive Reflexkegel schneidet den Film in A'B', der negative Reflexkegel schneidet den Film in A''B''. Es gelten nach Fig. 5(c) für die messbaren Winkel v'und v'' die Beziehungen

$$\begin{array}{l}
\nu' = \nu + \alpha \\
\nu'' = \nu - \alpha
\end{array}$$
(8)

wobei  $\alpha$  den Winkel  $\angle KB'L = \angle KA''L = \angle KB''L$ bedeutet. Es gilt somit

$$2\nu = \nu' + \nu'' \; .$$

Wenn man also den Abstand der Reflexlinien, die zum positiven und negativen Reflexkegel derselben reziproken Ebene gehören, von B' bis B'' vermisst, so erhält man in diesem Grenzfall den genauen Wert 2v.

3. Auf die Genauigkeit der Verfahrens von Einfluss ist auch die Genauigkeit der Justierung des Kristalls. Das ist die Genauigkeit, mit der die zu vermessende Translationsperiode t des Kristalls K in die Richtung der konstruktiv gegebenen Drehachse DK (Fig. 6) einjustiert ist. Zur Abschätzung der Wirkung einer Dejustierung auf die Reflexgestalt und Reflexlage unserer strichförmigen Reflexe sind in Fig. 6(a) die Extremlagen t' und t" der Translationsperiode t in Bezug auf den Goniometerkopf-Bogen parallel zum Primärstrahl dargestellt. Die entsprechenden Lagen einer zu t senkrechten reziproken Ebene n sind die Geraden n' und n". Sie schneiden die Ewaldkugel EK, die in Fig. 6(a) mit dem Filmring FR zusammenfallen soll, in Kreisen. Die Untersuchung des in Fig. 7(a)dargestellten Spezialfalles reicht aus zur Abschätzung des betrachteten allgemeinen Falles einer Dejustierung.

Der Kristall sei um den Winkel  $\phi$  aus seiner exakten Lage dejustiert. Führt der Kristall eine volle Drehung um 360° aus, so überstreicht die reziproke Ebene *n* die Gebiete *B* und *B*', und es ergeben sich entsprechende Verbreiterungen der Reflexstriche. Näherungsweise fallen für kleine  $\phi$  die Schnittpunkte der Geraden *n*,*n'*,*n''* im Punkt *S*, Fig. 6(*b*), auf der Drehachse *DR* des reziproken Gitters zusammen und man kann die Länge des Bogens *B* durch die zugehörigen Tangentenstücke *a*+*b* annähern. Für kleine  $\phi$  ist

$$\frac{a}{b} = \frac{\cos(\nu - \phi)}{\cos(\nu + \phi)} > 1 \quad \begin{array}{c} \operatorname{für} \phi > 0\\ \operatorname{und} \nu \le 90^{\circ} \end{array} . \tag{9}$$



Fig. 6. Darstellung der Wirkung einer Kristalldejustierung auf die Reflexlinien. (a) Schnitt, der den Primärstrahl PS und die Drehachse des Kristalls DK sowie des reziproken Gitters DR enthält.  $\phi = Dejustierungswinkel des Kristalls. Sonstige Bezeichnungen siehe Text. (b) Ausschnitt KRB der Fig. 6(a). Dabei ist das Bogenstück B durch sein Tangentenstück <math>a + b$  ersetzt. Bezeichnungen siehe Text und Fig. 6(a).

Es ergibt sich also eine assymmetrische Reflexverbreiterung. Der entsprechende systematische Fehler  $\Delta_{\phi}$ kann berücksichtigt werden, indem zu dem Messwert  $\nu$  das Korrekturglied

$$\varDelta_{\phi} = \frac{b}{2} \left( 1 - \frac{a}{b} \right)$$

addiert wird, das von v und  $\phi$  abhängt. Eine zusätzlich Assymmetrie durch  $\theta$ -abhängige Intensitätsverteilung, wie sie in den Fällen 2.2.1 und 2.2.2 auftrat, ist hier unter der Voraussetzung der vollen Drehung von Kristall und Film um 360° nicht zu berücksichtigen. Für  $v=70^{\circ}$  und  $\phi=0,1^{\circ}$  ergibt sich für  $\Delta_{\phi}=1 \times 10^{-3}$ . Das Doppelte dieses Wertes soll als Mass für den entsprechenden systematischen Fehler genommen werden.

#### Abschätzung der erreichbaren Messgenauigkeit

Wir zerlegen den relativen Fehler  $\Delta v$ , Gleichung (2), in

$$\Delta v = \Delta v' + \Delta v'' + \Delta v''' \; .$$

Es bedeuten

- $\Delta \nu'$  = relativer Apparate-Fehler, in dem die diskutierten Grenzfälle unter 2·1, 2·2 und 2·3 zusammengefasst sind;
- $\Delta v''$  = relativer Fehler aus der Dejustierung des Kristalls;
- $\Delta v'''$  = relativer Längenmessfehler bei Vermessung der Reflexmitten. Wie oben gezeigt, tritt für den Fall 2·3 kein systematischer Fehler auf, da er bei Vermessung geeigneter Paare von Reflexlinien verschwindet. Für den Fall 2·1 ist bei einem Fehler im Filmradius von  $\Delta R$ =0,02 mm

$$\Delta v_{2\cdot 1} = \frac{\Delta R}{R} \sim 4 \times 10^{-4} \,.$$

Für den Fall 2.2.1 ist nach Gleichung (5)

$$\Delta v_{2\cdot 2\cdot 1} = \frac{\Delta_{1,ass}}{\pi/2 R} \sim 6 \times 10^{-5}$$

Für den Fall 2.2.2 ist nach Gleichung (7)

$$\Delta v_{2.2.2} = \frac{\Delta_{2,ass}}{\pi/2 R} \sim 6 \times 10^{-5}.$$

Damit ist der relative Apparatefehler, wenn die Einzelfehler addiert werden

$$\Delta v' = \Delta v_{2.1} + \Delta v_{2.2.1} + \Delta v_{2.2.2} = 5.2 \times 10^{-4}$$

Nach Fall 3 ist der relative Fehler aus der Kristalldejustierung

$$\Delta v'' = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{\pi/2} R \sim 1 \times 10^{-4} .$$

Für genaue Vermessung der Maxima scharfer Röntgenlinien mit Komparatoren kann man einen Fehler von 0,02 mm annehmen. Wegen der verschiedenen Ursachen, die in dem hier diskutierten Verfahren zu einer Reflexverbreiterung führen können, wollen wir diese Messgenauigkeit für die Bestimmung der Reflexmaxima mit nur 0,04 mm annehmen. Damit wird

$$dv''' = \frac{0.04}{\pi/2 R} \sim 5 \times 10^{-4} .$$

Alle diese Einzelfehler addiert ergeben einen relativen maximalen Fehler

$$\Delta v = \Delta v' + \Delta v'' + \Delta v''' = 1,2 \times 10^{-3}.$$

Der relative Fehler für die Genauigkeit der Bestimmung der zu messenden Translationsperiode t(u, v, w)ist damit

$$\left[\frac{\Delta t}{t}\right] \simeq 1.2 \times 10^{-3} \operatorname{ctg} \nu \,.$$

Speziell für  $v = 70^{\circ}$ 

$$\left[\frac{\Delta t}{t}\right]_{\nu=70^{\circ}} \simeq 5 \times 10^{-4} \, .$$

Es zeigt sich also, dass bei Einhaltung der angegebenen mechanischen Genauigkeit des gesamten Kameraaufbaues, bei geeigneter Grösse und genauer Justierung des Kristalls und bei genauer Vermessung der Linien eine hohe Genauigkeit mit dieser Methode erreichbar ist. Die Ergebnisse der Erprobung des noch nicht mit der erforderlichen Genauigkeit gearbeiteten Versuchsgerätes nach Fig. 3 stehen mit den obigen Ausführungen im Einklang.

Herrn Dr Kutschabsky danken wir sehr für kritische Diskussionen und Hinweise.

Acta Cryst. (1971). B27, 916

# Kristallstruktur von Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub>

# VON K. FRANK\* UND K. SCHUBERT

Max-Planck-Institut für Metallforschung (Institut für Metallkunde), Stuttgart, Deutschland

#### (Eingegangen am 25. März 1970)

The phase Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> crystallizes in the space group P321 and has the lattice constants  $a=6,67_{1\pm1}$ ,  $c=12,28_{8\pm2}$  Å. It may be considered as a member of the NiAs family even more filled than the Ni<sub>2</sub>In structure. The stacking sequence of the layers parallel to the basic plane is discussed in the light of the three-correlation model of inorganic phases. Several related structures are shown to belong to the same family, and to obey analogous rules.

#### Vorbemerkung

Die Phasen Ni<sub>5</sub>As<sub>2</sub>, Ni<sub>3</sub>Cu<sub>2</sub>Ge<sub>2</sub>, Pd<sub>5</sub>Sb<sub>2</sub>, Ni<sub>5</sub>Si<sub>2</sub>, Mn<sub>5</sub>Ge<sub>2</sub>(h), Pd<sub>5</sub>As<sub>2</sub> und Ni<sub>5</sub>Ge<sub>2</sub>(h) sind isotyp oder homöotyp (Burkhardt & Schubert, 1959; Saini, Calvert & Taylor, 1964; Bälz, 1969). Im Rahmen unserer Studien von Varianten der NiAs Struktur (Ellner, Bhan & Schubert, 1969; Bälz & Schubert 1969) analysierten wir zunächst die niedrigst symmetrische Phase Ni<sub>5</sub>Si<sub>2</sub>. Die weiteren Phasen sind in Arbeit.

## **Beobachtungen zur Konstitution**

Eine Legierung Ni<sub>73,5</sub>Si<sub>26,5</sub> wurde aus Elementen der Reinheit 99,9% im Bogenofen in Kupferkokillen unter Argon erschmolzen und zeigte nach Warmbehandlung des Pulvers (65h 500°C bzw. 40h 700°C bzw. 20h 900°C) neben etwa 30% Ni<sub>3</sub>Si (Cu<sub>3</sub>Au =  $C^{1,3}$  Typ) die Linien einer Phase, die seither Ni<sub>5</sub>Si<sub>2</sub> genannt wurde, aber entsprechend vorliegender Arbeit Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> genannt werden möge; nach Warmbehandlung (3h 1100°C) war  $C^{1,3}$ verschwunden und es trat die Hochtemperaturphase

Ni<sub>3</sub>Si (h<sub>1</sub>) ins Gleichgewicht mit der Struktur von Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> in Übereinstimmung mit den in der Literatur (Hansen & Anderko, 1958) mitgeteilten Angaben. Eine Legierung Ni<sub>72,5</sub>Si<sub>27,5</sub> zeigte nach der Warmbehandlung (Pulver 40h 700 °C) noch ein wenig  $C^{1,3}$ , war aber nach (3h 1100°C) einphasig vom Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> Typ. Legierung Ni<sub>72,0</sub>Si<sub>28,0</sub> (65h 500°C bzw. 40h 700°C) zeigte stark die Unterstrukturlinien von Ni31Si12, jedoch war das System der Überstrukturlinien so stark geändert, dass das Vorliegen einer neuen seither unbekannten Phase von ganz ähnlicher Zusammensetzung wie Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> angenommen werden muss. Wegen dieser Befunde kann man hier von einem Bündel benachbarter Phasen bei Ni<sub>5</sub>Si<sub>2</sub> oder kurz von einem Phasenbündel Ni<sub>5</sub>Si<sub>2</sub> sprechen. Das Liniensystem der neuen Phase gestattet den Schluss, dass die Phase, die  $\gamma_1$  genannt werden möge, zu Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> strukturell eng verwandt ist. Ausser der Variante  $\gamma_1$  der Ni<sub>31</sub>Si<sub>12</sub> Struktur waren schwach die Linien von Ni<sub>2</sub>Si(Ni<sub>2</sub>Si-Typ) enthalten. Nach Warmbehandlung (20h 900°C) war das System der Überstrukturlinien nochmals geändert, sodass eine zweite Variante  $\gamma_2$  vorhanden sein muss; allerdings waren deren charakteristische Linien im Gegensatz zu denen von  $\gamma_1$  nicht scharf geworden. Nach Warmbehandlung

<sup>\*</sup> Teil einer Dissertation von K. Frank.